

Есенен математически турнир „Академик Стефан Додунеков“

Задача 8.1. Нека G е медицентър на $\triangle ABC$ и точка D е симетричната на G относно средата на страната AB . Нека правата през D , успоредна на AB , пресича правата BC в точка M , правата през D успоредна на BC , пресича правата AC в точка N и правата през D , успоредна на AC , пресича правата AB в точка P . Да се докаже, че точките M , N и P лежат на една права.

Задача 8.2. Нека $a > 0$ и $|b - c| > 4a$. Да се докаже, че е в сила поне едно от неравенствата $b^2 \geq 4ac$ или $c^2 \geq 4ab$.

Задача 8.3. а) Съществуват ли естествени числа n , x и y , за които е изпълнено равенството $86^n = x^2 + y^2$?

б) Да се докаже, че за всяко естествено число n съществуват естествени числа x , y и z , такива, че $86^n = x^2 + y^2 + z^2$.

Задача 8.4. Разглеждаме таблици с 5 реда и 15 стълба, в които някои от клетките са черни. Преди всеки ред и над всеки стълб е записан броят на черните клетки в този ред или стълб. Оказало се, че записаните числа са: 10, 6, 7, 4, 6 за редовете отгоре-надолу, и 5, 3, 3, 0, 5, 1, 1, 1, 5, 0, 1, 1, 5, 1, 1 за стълбовете отляво надясно (един пример е показан по-долу).

Две таблици се считат различни, ако поне една клетка е бяла в едната, а черна в другата таблица. Да се намери броят на различните таблици от този вид.

	5	3	3	0	5	1	1	1	5	0	1	1	5	1	1
10															
6															
7															
4															
6															