

Есенен математически турнир „Стефан Додунеков“

Задача 8. 1. Да се намерят всички цели стойности на x , за които стойността на израза

$$M = |x^3 - 2x^2 - 10x + 8|$$

е просто число.

Задача 8. 2. Даден е триъгълник ABC . В полуравнината с контур правата BC , несъдържаща точка A , е взета точка P , така че $CP \perp BC$ и $CP = BC$, а в полуравнината с контур правата AC , несъдържаща точка B , е взета точка Q , така че $CQ \perp AC$ и $CQ = AC$. Точка F от отсечката AP е такава, че $\sphericalangle CFP = \sphericalangle BQP$.

а) Да се докаже, че CF разполовява страната AB .

б) Нека AP пресича BC в точка N . Ако $CN : BN = 1 : 2$, да се намери отношението $AF : FN$.

Задача 8. 3. Да се намерят всички естествени числа p и n , такива че p е просто и

$$p^3 + 5n - 1 = n(p^2 + 2p + 6n).$$

Задача 8. 4. На дъска е записано по един път всяко трицифрено число, имащо сбор на цифрите 12. При първия ход се изтриват всички числа, които съдържат една или повече от цифрите 0, 8 и 9. При всеки следващ ход се изтриват по три числа, такива че цифрите на една от позициите им съвпадат, а във всяка от останалите две позиции се различават с 1 или с 2. Ако накрая на дъската останало само едно число, то кое може да е то?