

Есенен математически турнир „Академик Стефан Додунеков“

Задача 10.1. Да се реши ирационалното уравнение:

$$3\sqrt{3x-1} = x^2 + 1.$$

Задача 10.2. Даден е триъгълник ABC и произволна вътрешна точка M такава, че $\sphericalangle MAC = \sphericalangle MBC$. Точка N е симетрична на M спрямо средата на страната AB . Да се докаже, че сумата $MA \cdot MB + MC \cdot NC$ не зависи от положението на точката M .

Задача 10.3. Съществува ли естествено число n , такова че числото $3^n + 1$ да притежава делител от вида $24\ell + 20$?

Задача 10.4. Зоологическите градини в Европа, във всяка от които живеят по точно 100 вида животни, са разделени на две групи $\hat{A}$ и $\hat{B}$ по такъв начин, че всяка двойка зоологически градини (A, B) , $(A \in \hat{A}, B \in \hat{B})$ се грижат за животно от един и същи вид.

Да се докаже, че клетките на животните (всички животни от даден вид живеят в една клетка) могат да бъдат оцветени в 3 цвята, така че във всяка зоологическа градина има поне две разноцветни клетки.