

Тема за 6. клас

Задача 1. Две мравки се движат по числовата ос. В началото те се намират в точките, които съответстват на числата a и b , $b > a$. На втория ден се преместват съответно в точките $2a - b$ и $2b - a$ и продължават по същия начин: от точките x и y на следващия ден преминават съответно в точките $2x - y$ и $2y - x$.

а) Ако

$$a = -39\frac{3}{13} \cdot 23\frac{11}{28} + 3\frac{3}{13} : \frac{4}{11} + 39\frac{3}{13} \cdot 20\frac{9}{14},$$
$$b = \frac{1}{20 + \frac{1}{1 + \frac{1}{10}}} : \left(\frac{1}{9.11} - \frac{1}{10.12} + \frac{1}{11.13} - \frac{1}{12.14} + \dots + \frac{1}{43.45} - \frac{1}{44.46} \right),$$

коя точка от числовата ос ще се намира на равни разстояния от двете мравки на петия ден?

б) Намерете числата a и b , които определят първоначалните позиции на мравките, ако на петия ден разстоянието между мравките е било 2025, а на десетия ден те са били на равни разстояния от точката -2022 .

Задача 2. В съкровището на дракона Мог има четири вида скъпоценни камъни: 50% от скъпоценните камъни и още един са изумруды, 60% от останалите камъни и още четири са рубини, 55% от камъните без изумрудите и рубините са аметисти, а останалите 180 камъни са диаманти.

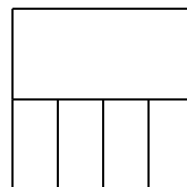
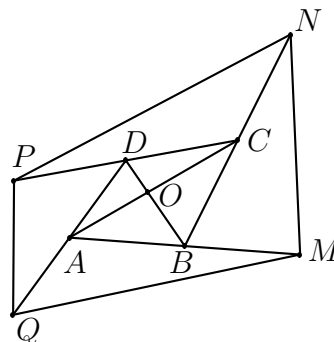
А) Колко скъпоценни камъни има в съкровището на Мог?

Б) Джуджетата Крор, Фрор и Дрор, заедно с Билбо, откраднаха съкровището на дракона и си го поделили. Скъпоценните камъни на Крор били с 24% повече от тези на Фрор, а Дрор взел с 25% по-малко камъни, отколкото Крор и Фрор общо. Най-малко колко скъпоценни камъни е взел Билбо?

Задача 3. Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$. Страните му AB , BC , CD и DA са продължени съответно до точките M , N , P и Q така, че $AB = BM$, $BC = CN$, $CD = DP$ и $DA = AQ$. Лицето на четириъгълника $MNPQ$ е 250 cm^2 .

а) Да се намери лицето на $ABCD$.

б) Диагоналите на четириъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O . Намерете лицата на триъгълниците AOB , BOC , COD и DOA , ако е известно, че стойностите им (в квадратни сантиметри) са прости числа.



Задача 4. Правоъгълник с дължина, която е два пъти по-голяма от широчината, наричаме *домина*. На чертежа е показано как всеки квадрат може да се разреже на пет домина.

а) Посочете пример как квадрат може да се разреже на шест домина и как може да се разреже на седем домина.

б) Посочете пример как квадрат може да се разреже на шест домина, сред които има поне четири с различни размери.

в) Докажете, че за всяко естествено число n , по-голямо от 7, квадратът може да се разреже на n домина.