

Есенен математически турнир „Академик Стефан Додунеков“

Задача 8.1. Решете уравнението

$$4x^2 + |9 - 6x| = |10x - 15| + 6(2x + 1).$$

Задача 8.2. Даден е правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C и лице S . Нека S_1 е лицето на кръга с диаметър AB и $k = \frac{S_1}{S}$.

- а) Да се намерят острите ъгли на ABC , ако $k = 2\pi$.
б) Да се докаже, че не съществува ABC , за който $k = 3$.

Задача 8.3. По окръжност са разположени в този ред точките $A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_9, B_9$. Всяка от отсечките $A_i B_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, 9$) трябва да се оцвети в един от k дадени цвята, така че никои две едноцветни отсечки не се пресичат във вътрешна точка и за всяко $i = 1, \dots, 9$ има цвят, за който в този цвят няма отсечки с край A_i , нито с край B_i . Намерете най-малкото възможно k .

Задача 8.4. Да се намери броя на редиците от 2022 естествени числа, такива че във всяка редица:

- всяко число след първото е по-голямо или равно на предходното,
- поне едно от числата е равно на 2022 и
- сумата на всеки 2020 от числата се дели на всяко от останалите две.