

Есенен математически турнир „Академик Стефан Додунеков“

София, 17-19 ноември 2023 г.

Задача 8.1. Нека a е най-голямата стойност на израза $24y - 9y^2$, където y е рационално число, а b е най-малкото цяло число, изпълняващо неравенството

$$(t + 3)^3 - (6t - 7)^2 - (t - 9)^3 < 3.$$

Разложете на (неразложими) множители с цели коефициенти израза

$$a(x - 1)x^3 + bx - 2x - 1.$$

Задача 8.2. Изпъкнал четириъгълник ще наричаме *иновативен*, ако диагоналите му го разделят на четири триъгълника с едни и същи мерки на ъглите. Например квадратът е иновативен четириъгълник, понеже четирите триъгълника са с мерки 90° , 45° , 45° . Да се намерят мерките на ъглите на иновативен четириъгълник, ако една от тях е 13° .

Задача 8.3. Да се намерят всички двойки (a, b) от взаимно прости естествени числа, такива че $a < b$ и b дели

$$(n + 2)a^{n+1002} - (n + 1)a^{n+1001} - na^{n+1000}$$

за всяко естествено число n .

Задача 8.4. Във всяко от полетата на квадратна таблица 9×9 е записано цяло число. За всеки k числа, намиращи се в един и същ ред (стълб), сборът им е в същия ред (стълб). Намерете най-малкия възможен брой нули в таблицата, ако:

а) $k = 5$;

б) $k = 8$.