

Есенен математически турнир ”Академик Стефан Додунеков”

София, 15-17 ноември 2024 г.

Пети клас

Задача 1. През квадратна градина $ABCD$ прекарали алея, както е показано на чертежа. Алеята разделила $ABCD$ на две правоъгълни градини. Страните на градините, измерени в метри, са естествени числа. Площта на северната градина е с 507 кв.м по-голяма от площта на южната.

Третината от северната градина и половината от южната градина засадили с пипер, а останалата част от градините – с домати. Оказало се, че с пипер са засадили общо 559 кв.м.



а) Колко квадратни метра общо са засадили с домати?

б) Колко квадратни метра е площта на алеята?

Задача 2. От началото на числовия лъч тръгнали две феи – червена и жълта. Те се разхождали по числовия лъч, като червената фея стъпвала през 12 единици (в 0, 12, 24 и т.н.), а жълтата фея стъпвала през 21 единици (в 0, 21, 42 и т.н.).

Всяка точка, в която стъпи фея, се оцветява в цвета на феята. Ако в някоя точка стъпят и двете феи, цветовете се сливат и точката става оранжева (например, точката 0 е оранжева).

Всяка фея стъпила в точно 101 точки на числовия лъч и отлетяла.

а) Колко точки от числовия лъч са оцветили двете феи?

б) Точката X от числовия лъч е оцветена и броят на оцветените точки наляво от нея е равен на броя на оцветените точки надясно от нея по лъча. Определете на кое число от числовия лъч съответства точката X и в какъв цвят е оцветена тя.

Задача 3. Райна написала на един лист

16 ЕСЕНЕН ТУРНИР

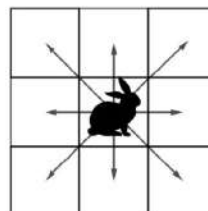
След това всяка буква скрила с цифра – еднаквите букви с еднакви цифри, а различните с различни цифри. Тъй като 1 и 6 вече били на листа, Райна не ги използвала.

Оказало се, че числото, което скрило думата ЕСЕНЕН, има точно девет общи делители с 2025, а числото, което скрило ТУРНИР, има точно два общи делители с 2025.

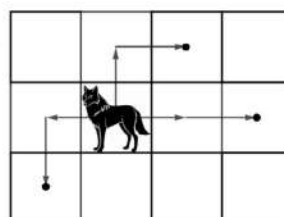
Какъв цифров код се е получил на листа, ако числото, скрило думата ТУРНИР, е възможно най-голямо?

Задача 4. Кумчо Вълчо и Зайо Байо попадат случайно в две различни квадратчета на квадратна дъска. Те правят ходове, като се редуват. Кумчо Вълчо хваща Зайо Байо, ако попадне в квадратчето му.

Играта започва Зайо, който при всеки ход се мести в квадратче, което има поне един общ връх с неговото. (Възможните ходове на Зайо са показани на чертежа.)

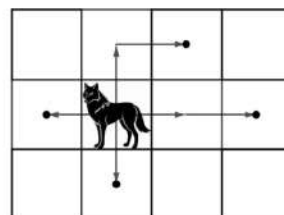


а) Кумчо Вълчо при всеки свой ход се мести **два пъти последователно** от едно квадратче в съседно на него по страна. (На чертежа са показани три възможни хода на Кумчо Вълчо.)



Докажете, че както и да застанат в началото върху дъска 2024×2024 , Зайо Байо винаги може да избяга от Кумчо Вълчо, без да напусне дъската.

б) При всеки свой ход Кумчо Вълчо се мести **един или два пъти** от едно квадратче в съседно на него по страна. (На чертежа са показани четири възможни хода на Кумчо Вълчо.)



Докажете, че ако дъската е безкрайна, Зайо Байо винаги може да избяга от Кумчо Вълчо.