

Съюз на математиците в България
Фондация Георги Чиликов

Есенен математически турнир
София, 15 ноември 2025 г.

Задача 12.1. Да се определят всички възможни стойности на израза $x^3 + y^2 + z$, където x, y и z са реални неотрицателни числа, за които $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Задача 12.2. Даден е остроъгълен и разностранен $\triangle ABC$ с описана окръжност ω и център на вписаната окръжност I . Нека $CI \cap \omega = \{C, M\}$ и нека X е такава точка от лъча MI , че $MX = \frac{CI}{2}$. Ако точката N е среда на отсечката BC , то да се докаже, че $\angle IAX = \angle INX$.

Задача 12.3. Нека $A_1, \dots, A_{2025}$ са (не непременно различни) точки в $\mathbb{R}^3$. Да се определи максималният брой тройки индекси $1 \leq i < j < k \leq 2025$, за които точките A_i, A_j, A_k образуват равноностранен триъгълник със страна 1.

Задача 12.4. Съществува ли естествено число n с точно 4500 делители, за което десетичният запис на $\sqrt{n}$ започва с 2025 деветки след десетичната запетая, т.е. $\sqrt{n} = A, \underbrace{99 \dots 9}_{2025} \dots$, за някое естествено число A ?