

Шести клас

Задача 1. По маршрута на велопоход има 9 пункта за вода – първият е на старта, а деветият е на финала. Пунктовете са на равни разстояния един от друг.

Георги стартирал в 8:00 часа и когато изминал $\frac{1}{3}$ от маршрута, пресметнал, че му остават още 3 km до следващия пункт за вода.

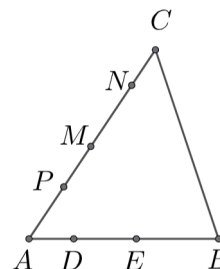
а) Колко километра е дължината на маршрута?

б) Георги и Иван пристигнали на финала в 12:00 часа. Ако скоростта на Георги е била с 20% по-малка от скоростта на Иван, намерете в колко часа е стартирал Иван.

Задача 2. В клетките на таблица с 2 реда и 60 стълба последователно се записват числа по следния начин:

- в двете клетки на първия стълб се записва числото 5;
- на първия ред във всяка клетка след първата се записва число, равно на $(x - 1) : (x + 1)$, където x е числото в предишната клетка в първия ред;
- на втория ред във всяка клетка след първата се записва число, равно на $(x - 1) : (x + 2)$, където x е числото в предишната клетка във втория ред.

Задача 3. Даден е триъгълник ABC . Върху страната AB са избрани точки D и E така, че D е между A и E , а върху страната AC са избрани точки P , M и N в този ред, считано от върха A .



Дадените точки разделят страните на триъгълника, като:

$$AD = \frac{1}{a} \cdot AB, \quad DE = \frac{1}{b} \cdot AB, \quad EB = \frac{1}{c} \cdot AB,$$

$$AP = \frac{1}{p} \cdot AC, \quad PM = \frac{1}{m} \cdot PC, \quad MN = \frac{1}{n} \cdot MC,$$

където a, b, c, n, m, p са едноцифрени естествени числа и

$$a < b < c < n < m < p.$$

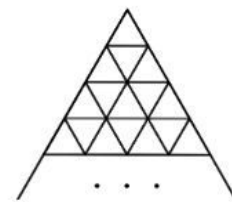
а) Намерете числата a, b, c, n, m, p .

б) Разстоянията от точките P, M и N до правата AB са равни съответно на h_1, h_2 и h_3 , а разстоянията от точките D и E до правата AC са равни съответно на h_4 и h_5 . Ако

$$2(h_1 + h_2 + h_3) = h_4 + h_5,$$

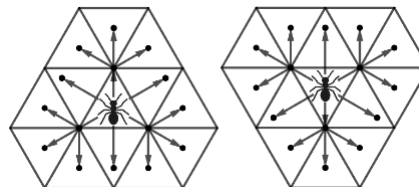
докажете, че триъгълникът ABC е равнобедрен.

Задача 4. Равностранен триъгълник със страна 45 cm е разделен на клетки с форма на равностранен триъгълник със страна 1 cm (виж фигура 1). В някои две клетки от триъгълника са поставени паяк и скакалец.



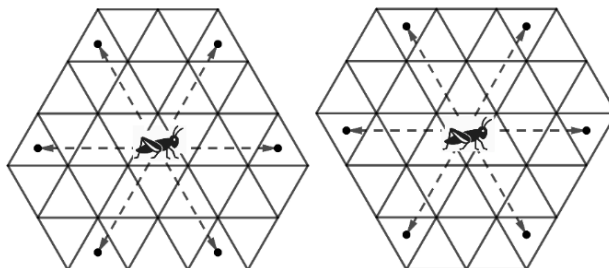
Фиг. 1

Паякът с един ход може да се премести във всяка клетка, която има обща страна или връх с тази, в която се намира (фигура 2). В никоя клетка той не стъпва повече от веднъж.



Фиг. 2

Скакалецът за един ход прескача по три клетки в показаните посоки и скача в една от шестте клетки, посочени със стрелки на фигура 3. В никоя клетка той не стъпва повече от веднъж.



Фиг. 3

Най-много колко клетки може да посети всяко насекомо?

Посочете (чрез пример) от коя клетка тръгва насекомото и как се движи, за да посети най-много клетки. Докажете, че не може да посети по-голям брой клетки.