

Седми клас

Задача 1. а) Пресметнете стойността на израза

$$A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 23^2 - 24^2 + 2025.$$

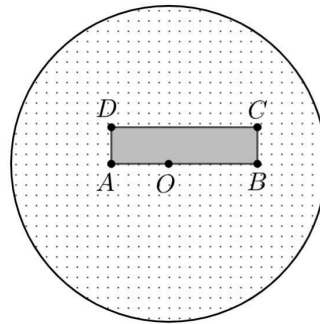
б) Ако

$$\frac{48^n : 3^{n-2} - 4^{2n}}{(4^n + 1)(16^n - 4^n + 1) - (8^n - 1)^2} = 2^k,$$

където k е най-големият прост делител на A , намерете n .

Задача 2. Участък има форма на кръг с център O и радиус 14 m. Собственикът на участъка заградил правоъгълен двор $ABCD$ с висока ограда, като центърът O е върху страната AB . Оказало се, че $OA = 3,5$ m, $AB = 4 \cdot AD$ и

$$AD^2 + DO^2 = OB^2.$$



а) Намерете обиколката на $ABCD$.

б) Собственикът превърнал останалата част от участъка в тревна площ, засята с ливадни треви. В центъра O е прикрепено 7-метрово въже и на другия му край е вързана коза, която се намира извън $ABCD$ и не може да прескочи оградата. Пресметнете с точност до цяло число най-много какъв процент от тревната площ може да е достъпна за козата ($\pi \approx \frac{22}{7}$).

Задача 3. Естествените числа a и b са такива, че стойността на всеки от изразите

$$\frac{a^2 + 3^b}{4} \quad \text{и} \quad \frac{a^3 + 4^b}{5}$$

е естествено число. Да се докаже, че стойността на израза

$$\frac{(a+b)^2 - (a-1)^2 - (b+1)^2}{40}$$

е цяло число.

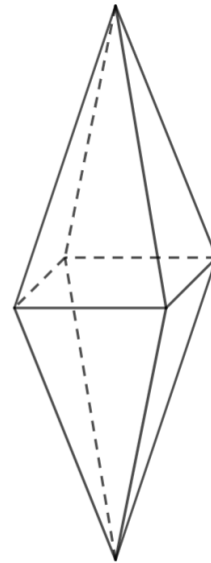
Задача 4. Октаедърът на чертежа е съставен от две еднакви правилни четириъгълни пирамиди с обща основа. Стените на октаедъра са равнобедрени триъгълници, при които бедрата са по-големи от основата.

На всяка от осемте стени на октаедъра е записано по едно от естествените числа от 1 до 8 (всяко число се използва точно веднъж).

За един ход можем да увеличим с 1 числата на две стени, които имат общ ръб.

Да се намери броят на различните начални разположения на числата, за които след краен брой ходове е възможно всички числа върху стените на октаедъра да станат равни.

Две разположения се считат за различни, ако едното не може да се получи от другото чрез завъртане на октаедъра.



Свалено от Klasirane.com