

Съюз на математиците в България
Фондация Георги Чиликов

Есенен математически турнир
София, 15 ноември 2025 г.

Задача 8.1. Числата a, b, c, x изпълняват равенствата

$$x^2 - a + 1 = x^3 - b = x^4 - c + 1 \quad \text{и} \quad (a - b)^2 + 3 = 2(a + c - 2b).$$

Да се намерят всички възможни стойности на x .

Задача 8.2. Даден е успоредник $ABCD$. Ъглополовящите на ъглите $\angle DAC$ и $\angle DBC$ се пресичат в точка K . Известно е, че:

- Разстоянието от K до правата AD е равно на разстоянието от K до правата BC .
- Разстоянието от K до правата AB е девет пъти по-дълго от разстоянието от K до правата CD .

Да се намери отношението $AB : AD$.

Задача 8.3. Ивайло избрал няколко различни (краен брой, поне две) прости числа с произведение n , като за всяко избрано просто число p е изпълнено, че $4n$ се дели на $p^2 - 1$. Да се намерят всички възможни стойности на n .

Задача 8.4. (7 точки) Дадени са 15 точки, разположени на равни разстояния по окръжност. Всеки две от точките са свързани с отсечка.

Пътека ще наричаме редица от две по две различни отсечки, такива че всяка, освен първата, има общ край с предишната и никои три последователни отсечки в редицата нямат общ край. Колко най-много отсечки може да има по пътека, ако никои две от тях не лежат на две прави, сключващи ъгъл 60° ?

На фигурата е показана пътека, съставена от седем отсечки.

